

## FUNKCJA KWADRATOWA

Funkcja kwadratowa, to funkcja której wykresem jest parabola.

### Wzór ogólny

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$a > 0$  ramiona paraboli skierowane w górę

$a < 0$  ramiona paraboli skierowane w dół

$c \rightarrow$  miejsce przecięcia z osią OY  $P = (0, c)$

### Postać iloczynowa

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$  dla  $\Delta > 0$  (dwa miejsca zerowe)

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$f(x) = a(x - x_0)^2$  dla  $\Delta = 0$  (jedno miejsce zerowe)

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

Brak postaci iloczynowej dla  $\Delta < 0$  (brak miejsc zerowych)

### Postać kanoniczna

$$f(x) = a(x - p)^2 + q$$

$p$  i  $q$  to współrzędne wierzchołka paraboli  $\rightarrow W = (p, q)$

$$p = \frac{-b}{2a} \quad p = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$q = \frac{-\Delta}{4a}$$

Jeśli  $\Delta = 0$ , to  $p = x_0$

### Przedziały monotoniczności

Jeśli  $a > 0$ :

Funkcja maleje w przedziale:  $(-\infty; p >$

Funkcja rośnie w przedziale:  $< p; \infty)$

Jeśli  $a < 0$ :

Funkcja rośnie w przedziale:  $(-\infty; p >$

Funkcja maleje w przedziale:  $< p; \infty)$

Jeśli  $a > 0$ :

$$ZW = \langle q; \infty \rangle$$

$q$  – wartość najmniejsza

Jeśli  $a < 0$ :

$$ZW = (-\infty; q \rangle$$

$q$  – wartość największa

### Ćwiczenie 1.

Dana jest funkcja  $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ .

- Narysuj jej wykres
- Zapisz jej wzór w postaci iloczynowej i kanonicznej
- Wyznacz przedziały monotoniczności oraz podaj najmniejszą wartość funkcji

### Ćwiczenie 2.

Określ przedziały monotoniczności oraz zbiór wartości funkcji  $f(x) = -x^2 - 4x$

### Ćwiczenie 3.

Określ najmniejszą i największą wartość funkcji  $f(x) = x^2 - 6x + 3$  w przedziale  $\langle 0; 4 \rangle$

### Ćwiczenie 4.

Podaj punkty przecięcia wykresu funkcji  $f(x) = -x^2 - 4x + 5$  z osiami układu współrzędnych.

### Ćwiczenie 5.

Wykresem funkcji  $f(x) = 2x^2 + bx + c$  jest parabola o wierzchołku w punkcie  $W = (2, 5)$ . Wyznacz współczynniki  $b$  i  $c$ .

### Ćwiczenie 6.

Wyznacz współczynnik  $c$  taki, aby zbiorem wartości funkcji  $f(x) = -x^2 + 2x + c$  był przedział  $(-\infty; -2 \rangle$ .

### Ćwiczenie 7.

Do wykresu funkcji  $f(x) = -x^2 + bx + c$  należą punkty  $A = (2, 2)$  oraz  $B = (3, 1)$ . Zapisz wzór funkcji w postaciach kanonicznej i iloczynowej.

### Ćwiczenie 8.

Wyznacz współczynnik  $a$  we wzorze funkcji  $f(x) = a(x + 1)^2 - 4$  jeśli jednym z jej miejsc zerowych jest 1.