Ruch drgający

WZORY UŻYWANE W DZIALE "RUCH DRGAJĄCY HARMONICZNY"

DRGANIA, FALE MECHANICZNE I ŚWIETLNE	
równania ruchu harmonicznego	$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ $v(t) = A\,\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$ $a(t) = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0)$ $x_{max} = A$ $\quad v_{max} = A\omega \quad a_{max} = A\omega^2$
siła harmoniczna	$\vec{F}_h = -m\omega^2\vec{x}$
częstość kołowa małych drgań masy na sprężynie i wahadła matematycznego	$\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}\,; \quad \omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$
całkowita energia mechaniczna oscylatora	$E = E_k + E_p = \dfrac{1}{2}mA^2\omega^2$
związki między parametrami ruchu fali	$v = \dfrac{\lambda}{T} = \lambda f\,; \quad T = \dfrac{1}{f}$
faza fali w punkcie x i chwili t	$\varphi(t) = \dfrac{2\pi}{T}t - \dfrac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0$
warunki maksymalnego wzmocnienia i osłabienia fali w punkcie	$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi n$ $\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi\left(n + \dfrac{1}{2}\right)$
natężenie fali, jego związek z energią E i amplitudą A fali	$I = \dfrac{E}{S\Delta t}\,; \quad I \sim A^2$
zależność natężenia fali kulistej od odległości	$I \sim \dfrac{1}{r^2}$
załamanie fali na granicy ośrodków 1 i 2	$\dfrac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{n_2}{n_1}$

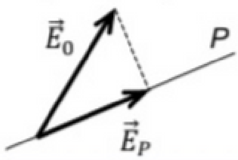
wzory przybliżone na efekt Dopplera dla fali dźwiękowej i świetlnej w kierunku prędkości źródła:

źródło oddala się	źródło zbliża się
$v_{źr} \ll v_d$ $f_{ob} \approx f_{źr}\left(1 - \dfrac{\lvert v_{źr} - v_{ob}\rvert}{v_d}\right)$	$v_{źr} \ll v_d$ $f_{ob} \approx f_{źr}\left(1 + \dfrac{\lvert v_{źr} - v_{ob}\rvert}{v_d}\right)$
$v_{źr} \ll c$ $f_{ob} \approx f_{źr}\left(1 - \dfrac{v_{źr}}{c}\right)$	$v_{źr} \ll c$ $f_{ob} \approx f_{źr}\left(1 + \dfrac{v_{źr}}{c}\right)$

DRGANIA, FALE MECHANICZNE I ŚWIETLNE – CD.	
wzory ścisłe na efekt Dopplera dla fali dźwiękowej i świetlnej w kierunku prędkości źródła	$f_{ob} = f_{źr}\dfrac{v_d \mp v_{ob}}{v_d \pm v_{źr}}$ $f_{ob} = f_{źr}\sqrt{\dfrac{c \mp v_{źr}}{c \pm v_{źr}}}$
siatka dyfrakcyjna	$d\sin\alpha_n = n\lambda$

światło po przejściu przez polaryzator o osi polaryzacji P

amplitudy pola elektrycznego:
$\vec{E}_0$ – padającego na polaryzator
$\vec{E}_P$ – po przejściu przez polaryzator



SIŁY TARCIA I SIŁA SPRĘŻYSTOŚCI	
siła tarcia kinetycznego	$T_k = \mu_k F_N$
siła tarcia statycznego	$T_s \leq \mu_s F_N$
siła sprężystości	$\vec{F}_s = -k\vec{x}$
energia potencjalna sprężystości	$E_{pot} = \dfrac{1}{2}kx^2$

Sprężystość jako makroskopowy efek oddziaływań mikroskopowych

Odkształcenia

niesprężyste
- nieodwracalna zmiana kształtu

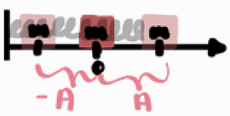
sprężyste
- odwracalna zmiana kształtu
- Prawo Hooke'a

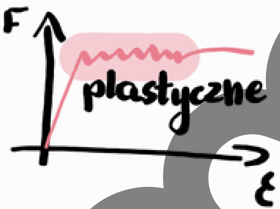
$$\Delta l \sim \frac{F \cdot l_0}{S}$$

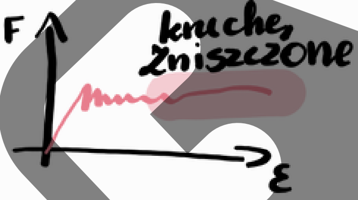
$$\Delta l = \frac{Fl}{SE} \qquad \frac{\Delta l}{l_0} \leftarrow \text{względny przyrost}$$

- sprężystość postaci: ciecze, gazy

k-współczynnik sprężystości

Ampitiuda 





ruch harmoniczny, gdy $F_s \sim x$

$$F_{sx} = -kx \rightarrow \vec{F}_{sx} = -k\vec{x}$$

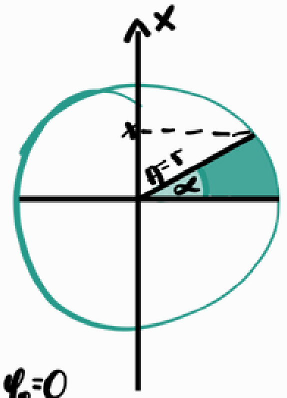
zwrot

Współczynnik sprężystości k [N/m] - wielkość charakteryzująca wszelkie ciała sprężyste.
- k ma dużą wartość → ciało jest sztywne
- k ma małą wartość → ciało jest miękkie

Ciała sprężyste - ciało, które pod wpływem działania siły ulega odkształceniu, i Która poza przystanie jej działania przyjmuje pierwotny kształt przywracany przez powstałą siłę sprężystości.

Prawo Hooke'a- empiryczne prawo głoszące, że wielkość odkształcenia ciała sprężystego wywołana działającą na nie siłą jest proporcjonalna do jej wartości. Współczynnik proporcjonalności między obiema wielkościami określa się mianem współczynnika sprężystości. Prawo dobrze opisuje przeważającą większość ciał fizycznych, o ile tylko działająca na nie siły ich o kształcenie nie są zbyt duże.

Matematyczny opis ruchu harmonicznego



dla $\varphi_0=0$

$\alpha=\omega t \rightarrow$ faza drgań

$\alpha=(\omega t+\varphi_0)$

φ_0 - faza początkowa

$x=A\sin(\omega t) \rightarrow$ punkt na osi x

$V_x=\omega A\cos(\omega t) \rightarrow$ prędkość punktu

$a_x=-\omega^2 A\sin(\omega t) \rightarrow$ przyspieszenie działające wzdłuż osi x

$F_x=-m\omega^2 A\sin(\omega t) \rightarrow$ siła działająca wzdłuż osi x

Ruch rzutu punktu poruszającego się po okręgu ze stałą szybkością jest ruchem harmonicznym o amplitudzie A równej promieniowi r okręgu.

Okres drgań [s] $T=\frac{\Delta t}{n}$

$F_x=ma_x=-kx$

$ma_x=-kx$

$a_x=-\omega^2 x \rightarrow a_x=\frac{-kx}{m}$

$-\omega^2 \cancel{x}=-\frac{k\cancel{x}}{m}$

$\omega=\frac{2\pi}{T} \rightarrow \boxed{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}}$

$\frac{2\pi}{T}=\sqrt{\frac{k}{m}}$

$\boxed{T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

Czas trwania jednego, pełnego drgania. Okres można wyznaczyć jako iloraz czasu obserwacji drgań i ilości policzonych pełnych drgnień. Okres to czas, po którym ciało znajdzie się ponownie w tym samym stanie mechanicznym (tzn. będzie miało to samo położenie i tę samą prędkość.

Częstotliwość f [Hz, herc]

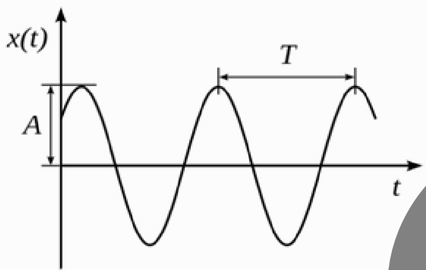
$$f = \frac{n}{\Delta t} \qquad T \cdot f = 1$$

Ilość pełnych drgnień wykonywanych przez ciało w jednostce czasu. Częstotliwość jest odwrotnością okresu.

Szybkość kątowa (częstość, pulsacja) ω [rad/s]

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \omega = 2\pi f$$

Wielkość proporcjonalna do częstotliwości i odwrotnie proporcjonalna do okresu ruchu harmonicznego.



Ampituda A[m]

-maksymalne wychylenia ciała z położenia równowagi. Ampituda jest równa wartości różnicy między jego skrajnym położeniem a położeniem równawagowym.

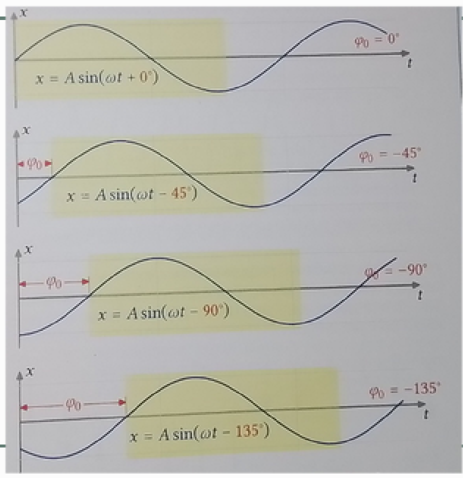
Faza ruchu harmonicznego φ[rad]

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

Wielkość opisująca stan ciała poruszającego się ruchem harmonicznym. Faza to argument funkcji sinus i cosinus opisującej położenie, prędkość lub przyspieszenie ciała poruszającego się ruchem harmonicznym.

Faza początkowa φ₀ [rad]

Faza ruchu harmonicznego w chwili t=0. Faza początkowa jest widoczna na wykresie położenia od czasu w postaci przesunięcia sinusordy wzdłuż poziomej osi współrzędnych. Faza początkowa jest liczbą z zakresu <0, 2Pi>



Wahadło matematyczne

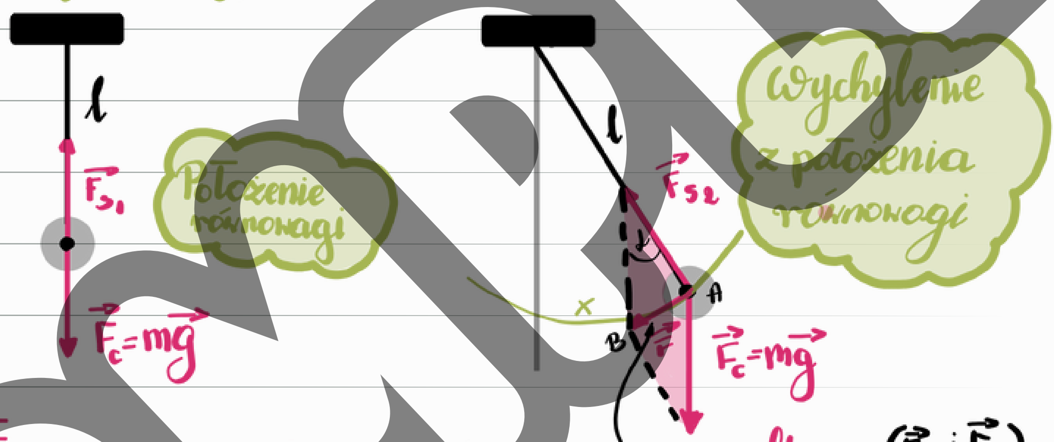
Dla małych kątów:

$\sin\alpha \approx \alpha$ ← w radianach

(do $10°$)

Wahadło matematyczne – ciało o masie m i niemierzalnie małej objętości (traktujemy jako punkt materialny), zawieszone na nieważkiej i nierozciągliwej nici o długości l, w jednorodnym polu grawitacyjnym

$F_{s1} > F_{s2}$!



wypadkowa ($\vec{F}_c$ i $\vec{F}_{s2}$), powoduje ruch ku położeniu równowagi, jest styczna do łuku

$\frac{F}{mg} = \sin\alpha$

$F = mg \sin\alpha$

$F = mg\,\alpha$ $\qquad \alpha = \frac{x}{l}$

$F = mg\frac{x}{l}$

$F = \frac{mg}{l}x$ ← stała dla małych wychyleń $k = \frac{mg}{l}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{l}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ okres drgań wahadła

↓

zależy (w danym punkcie na Ziemi) tylko od długości nici

Aby kulka poruszała się ruchem harmonicznym: $F \sim x$

$F = \frac{mg}{l}x$ → wprost proporcjonalne

• dla niedużych wychyleń

Doświadczenie...

$\frac{g}{4\pi^2}$ — współczynnik kierunkowy prostej

$g = 4\pi^2 a$

$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$

$\Delta l = 5mm$
$\Delta T = 0,8 s$

l	l_1 200cm	l_2 170cm	l_3 140cm	l_4 100cm	l_5 50cm
t	14,20 2,8 14,94 2,888 14,25 2,85 14,31 2,862	2,612 2,556 2,608 2,592	2,486 2,438 2,388 2,382	2,058 2,032 2,008 2,014	1,442 1,406 1,390 1,338
$T_{śr}$	2,875	2,592	2,424	2,028	1,359

$g_1 \approx 9,552$ $g_2 \approx 9,989$ $g_3 = 9,406$ $g_4 \approx 9,599$ $g_5 \approx 10,085 \frac{m}{s^2}$

$a_1 \approx 0,242$ $a_2 \approx 0,253$ $a_3 = 0,238$ $a_4 \approx 0,243$ $a_5 \approx 0,255$

$g_3 < g_1 < g_4 < g_2 < g_5$

Z czego wynikają błędy pomiarowe?
- refleks ludzi
- niedokładność pomiarowa
- hałas w klasie
- wiatr
- przypadkowa siła dołożona do kulki, przez osobę wykonującą doświadczenie