

# Funkcja wykładnicza

ZAKRES  
ROZSZERZONY  
I  
PODSTAWOWY

Co znajduje się w pliku?

- Co to funkcja wykładnicza,
- kiedy jest malejąca, stała, rosnąca,
- jak szkicować funkcje wykładniczą,
- jak przesuwac funkcję wykładniczą,
- zadania z przykładowymi rozwiązaniami.



**NOTATKI**

SZYBKA NAUKA  
UPORZĄDKOWANA WIEDZA

# Funkcja wykładnicza

→ Funkcja, którą można opisać wzorem  $y = a^x$ , gdzie  $x \in \mathbb{R}$  oraz  $a$  jest ustaloną liczbą rzeczywistą dodatnią ( $a > 0$ ).

→ dla  $a \in (0, 1)$  funkcja jest malejąca

→ dla  $a = 1$  funkcja jest stała

→ dla  $a \in (1, \infty)$  funkcja jest rosnąca

## Szkicowanie wykresu funkcji

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$f(-3) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$$

$$f(-2) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$$

$$f(-1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$$

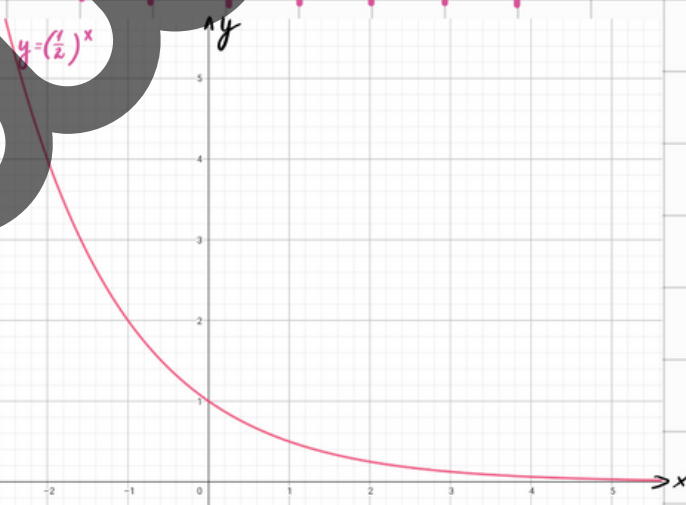
$$f(0) = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

$$f(1) = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$$

$$f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$f(3) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

| x    | -3 | -2 | -1 | 0 | 1             | 2             | 3             |
|------|----|----|----|---|---------------|---------------|---------------|
| f(x) | 8  | 4  | 2  | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ |



## Własności:

$$D_f \in \mathbb{R} \quad Z_w \in (0, \infty)$$

Monotoniczność: funkcja malejąca

Miejsca zerowe: brak      Miejsca przecięcia z osią  $OY$ :  $(0, 1)$

• Funkcję  $f(x) = 3^x$  przesunięto o 3 jednostki w prawo. Zapisz wzór funkcji i podaj jej własności.

$$f(x) = 3^x$$

$$g(x) = f(x-3)$$

$$g(x) = 3^{x-3}$$



**Własności:**

$$D_f \in \mathbb{R} \quad Z_w \in (0, \infty)$$

Monotoniczność: funkcja rosnąca

Miejsca zerowe: brak

Miejsce przecięcia wykresu funkcji z osią  $OY$ :  $(0, \frac{1}{27})$

$$g(x) = 3^{x-3}$$

$$g(0) = 3^{0-3} = 3^{-3} = \frac{1}{27}$$

• Funkcję  $f(x) = 2^x$  przesunięto o 2 jednostki w dół. Zapisz wzór funkcji i podaj jej własności.

$$f(x) = 2^x$$

$$g(x) = f(x) - 2$$

$$g(x) = 2^x - 2$$



**Własności**

$$D_f \in \mathbb{R} \quad Z_w \in (-2, \infty)$$

Monotoniczność: funkcja rosnąca

Miejsca zerowe:  $g(x) = 2^x - 2$   $0 = 2^x - 2$   $2 = 2^x$   $x = 1$   $(1, 0)$

Miejsce przecięcia wykresu funkcji z osią  $OY$ :  $(0, -1)$



$$e) \left(\frac{1}{5}\right)^x = \frac{1}{125}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^x = \left(\frac{1}{5}\right)^3$$

$$x = 3$$

$$f) \left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{125}{27}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{5}{3}\right)^3$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x = \left[\left(\frac{3}{5}\right)^3\right]^{-1}$$

$$x = 3 \cdot (-1) = -3$$

$$g) \left(\frac{2}{5}\right)^{x+2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3x-5}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{x+2} = \left[\left(\frac{2}{5}\right)^{3x-5}\right]^{-1}$$

$$x+2 = (3x-5) \cdot (-1)$$

$$x+2 = -3x+5$$

$$4x = 3 \quad | :4$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$h) \left(\frac{8^5 \sqrt{64}}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{10}{37}x} = 2^{2x+2}$$

$$\left(\frac{2^3 \cdot 64^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{10}{37}x} = 2^{2x+2}$$

$$\left(\frac{2^3 \cdot (2^6)^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{10}{37}x} = 2^{2x+2}$$

$$\left(\frac{2^3 \cdot 2^{\frac{6}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}}\right) = 2^{2x+2}$$

$$\left(\frac{2^{3+\frac{6}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{10}{37}x} = 2^{2x+2}$$

$$\left(\frac{2^{\frac{3+6}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{10}{37}x} = 2^{2x+2}$$

$$\left(2^{\frac{3+6}{2}-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{10}{37}x} = 2^{2x+2}$$

$$\left(2^{\frac{3+6-1}{2}}\right)^{\frac{10}{37}x} = 2^{2x+2}$$

$$2^x = 2^{2x+2}$$

$$x = 2x+2$$

$$x = -2$$



4. Rozwiąż nierówność.

a)  $\frac{1}{2} > 4^x$   
 $\frac{1}{2} > 2^{2x}$   
 $2^{-1} > 2^{2x}$   
 $-1 > 2x$   
 $x < -\frac{1}{2}$   
 $x \in (-\infty, -\frac{1}{2})$

b)  $\frac{3}{7} > (\frac{9}{49})^x$   
 $(\frac{3}{7})^1 > (\frac{3}{7})^{2x}$   
 $1 < 2x$   
 $\frac{1}{2} < x$   
 $x \in (\frac{1}{2}, \infty)$

5. Do wykresu funkcji, określonej dla wszystkich liczb rzeczywistych wzorem  $y = -2^{x-2}$ , należy punkt

- A.  $A = (1, -2)$
- B.  $B = (2, -1)$
- C.  $C = (1, \frac{1}{2})$
- D.  $D = (4, 4)$

A.  $-2 = -2^{1-2}$   
 $-2 = -2^{-1}$   
 $-2 = -\frac{1}{2}$

B.  $-1 = -2^{2-2}$   
 $-1 = -2^0$   
 $-1 = -1$

C.  $\frac{1}{2} = -2^{1-2}$   
 $\frac{1}{2} = -2^{-1}$   
 $\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

D.  $4 = -2^{4-2}$   
 $4 = -2^2$   
 $4 = -4$

sprzeczność

należy

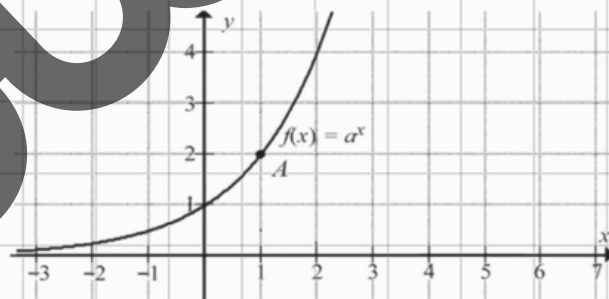
sprzeczność

sprzeczność

6. Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji wykładniczej  $f$  określonej wzorem  $f(x) = a^x$ . Punkt  $A = (1, 2)$  należy do wykresu funkcji. Podstawa  $a$  potęgi jest równa

- A. -0,5
- B. 0,5
- C. -2
- D. 2

$2 = a^1$   
 $2^1 = a^1$   
 $2 = a$



7. Dane są dwie funkcje określone dla wszystkich liczb rzeczywistych  $x$  wzorami  $f(x) = -5x + 1$  oraz  $g(x) = 5^x$ . Liczba punktów wspólnych tych funkcji wynosi

- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. 0

